I Olimpiada escolar de Matemática

Examen

01. Las piezas de un rompecabezas rectángular son 9 cuadrados de lados: 1 u, 4 u, 7 u, 8 u, 9 u, 10 u, 14 u, 15 u y 18 u. ¿Qué perímetro tiene el rompecabezas armado?

a) 145 u b) 136 u c) 130 u
d) 128 u e) 120 u

02. La razón geométrica de las velocidades de M y N es 4/3; además M y N están separados una distancia "d" y parten simultaneamente para ir al encuentro. Si cuando están separados 350 metros, luego del encuentro a N le falta "x" metros, para llegar al otro extremo. Calcular "x" si el tiempo que transcurrió desde la partida hasta la separación de los 350 metros es al tiempo de encuentro como 3 es a 2.

a) 150 b) 120 c) 160
d) 210 e) 250

03. Hallar "x" si:

$$\overline{(x-1)(x-1)(x-1)}_{(x)} = 391 - 100_{(x)}$$

a) 3 b) 4 c) 6
d) 7 e) 5

04. Hallar la medida de un ángulo expresado en radianes si se cumple que:

$$S = 3x^{x}$$
$$C = x^{x+1} + 9$$

Siendo:
S: medida del ángulo en el sistema sexagesimal.
C: medida del ángulo en el sistema centesimal.

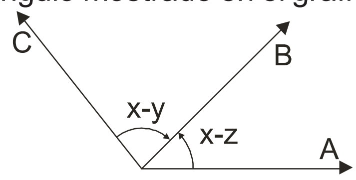
a) $\frac{3\pi}{20}$rad b) $\frac{7\pi}{20}$rad c) $\frac{3\pi}{10}$rad
d) $\frac{9\pi}{20}$rad e) $\frac{\pi}{20}$rad

05. Reducir la siguiente expresión:

$$90^{\circ} + 50^{g} + 22^{\circ}30'' + \frac{\pi rad}{16} + \ldots$$

a) πrad b) 2πrad c) 3πrad
d) 4πrad e) 5πrad

06. Del ángulo mostrado en el gráfico:



¿Cuál es verdadera?

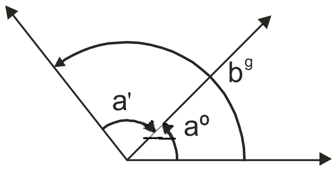
I. $x < y < z$
II. $x < z < y$
III. $y < z < x$
IV. $z < x < y$
V. $z < y < x$

a) V b) IV c) III
d) II e) I

07. En un triángulo ABC se ubica D sobre AC, tal que $\frac{DC}{5} = \frac{AD}{2}$, $A\hat{B}D = \phi$ y $B\hat{C}A = \theta$. Hallar $Tg\phi$ en función de θ, si además $D\hat{B}C = 90^{\circ}$.

a) $\frac{2}{7}Tg\,\theta$ b) $\frac{2}{7}Ctg\,\theta$ c) $\frac{2}{5}Tg\,\theta$
d) $\frac{2}{5}Ctg\,\theta$ e) $\frac{7}{5}Ctg\,\theta$

08. Según el gráfico, si a, b son los menores valores enteros positivos.
Hallar R=b-a



a) 5 b) 2 c) 3
d) 7 e) 4

09. Si
$\log_a bc = x^n$, $\log_b ac = y^n$, $\log_c ab = z^n$,
para todo $n \in \infty$. Calcular el valor de

$$E = \frac{1}{n}\left[\sqrt[n]{\frac{1}{x^n+1}+\frac{1}{y^n+1}+\frac{1}{z^n+1}}\right]$$

a) 2n b) n c) n^2
d) 1/n e) n/2

10. Las 72 primeras páginas de un libro utilizan 69 tipos de imprenta menos que las utilizadas por las 72 últimas páginas. Averiguar el número total de páginas.

a) 159 b) 164 c) 202
d) 304 e) 138

11. Hallar a+b, si se sabe que E tiene 30 divisores

$$E = \overline{ab(2a)(2b)}$$

a) 6 b) 8 c) 4
d) 5 e) 7

12. Calcular: a.b si

$$\overline{aabb} = b.b.b.(a+b)(a+b)$$

a) 28 b) 35 c) 42
d) 48 e) 72

13. Un hexágono ABCDEF está circunscrito a una circunferencia, tal que AB=4m, BC=3m, CD=2m, DE=1m, AF=8m. Hallar EF.

a) 3,5 m b) 4 m c) 6 m
d) 3 m e) 5 m

14. Se tiene el pentágono regular ABCDE, tal que AB=L, con centros en D y E se trazan los arcos CE y AD que se intersectan en F. Si el área de la región no convexa AFCDEA es:

$$\frac{a}{b}\pi L^2 + \frac{c}{a}L^2,$$

Calcular $\sqrt{a+b-c^2}$

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

15. Diga cuál o cuáles de las afirmaciones siguientes son verdaderas:

I) $\forall a \in \Upsilon (a^2 < 1 \leftrightarrow a > 2)$

II) Si $a < 0$, entonces $a^2 - 1 > 0$

III) $\forall a > 1, a^2 + 1 > a$

a) I y II b) I solamente c) I y III
d) III solamente e) II solamente

16. En un triángulo ABC se trazan las cevianas $AL(L \in BC)$, $BM(M \in AC)$ y $CN(N \in AB)$ dichas cevianas se intersectan en un punto. Si $\overrightarrow{LM} \cap \overrightarrow{BA} = \{D\}$, entonces para calcular la longitud de AD es necesario conocer:

(1) AN y NB (2) AB, BC y AC

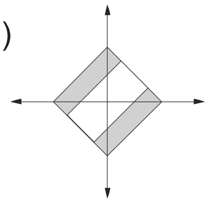
a) Sólo (1)
b) Sólo (2)
c) Ambos (1) y (2)
d) (1) ó (2)
e) Ninguno de ellos

17. Los gráficos de la región definida por el conjunto:

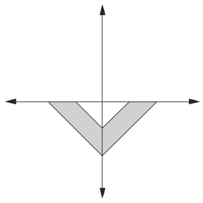
$M = \left\{(x;y) \in \Upsilon x \Upsilon \ / \left|x - y\right| \geq 1 \wedge \left|x\right| + \left|y\right| \leq 2\right\}$

es:

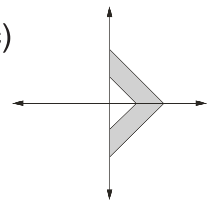
a)



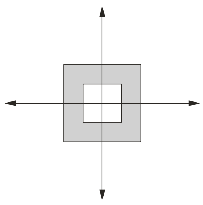
b)



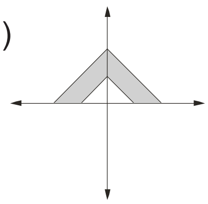
c)



d)



e)



18. En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C y D.

Si $(AB)(CD) = (AD)(BC)$ y

$\frac{a}{AB} + \frac{b}{AD} + \frac{c}{CD} = \frac{d}{BC}$

Calcular $a^2 + b^2 + c^2 - d^2$

a) 2 b) 3 c) 1
d) 4 e) 5

19. En la puerta de una iglesia se encuentran habitualmente 2 mendigos, una mujer pobre que alterna con un ciego o con un cojo, una persona caritativa manda a su hijo con 52 soles y le dice "si encuentras a la mujer pobre y al ciego, darás a éste los $\left(\frac{3}{4}\right)$ del dinero y $\left(\frac{1}{4}\right)$ a la mujer pobre, pero si está ahí el cojo, darás $\left(\frac{3}{4}\right)$ del dinero a la mujer pobre y al cojo $\left(\frac{1}{4}\right)$". Por casualidad un día se encuentran los 3 mendigos. ¿Cuánto dará a cada uno? (mujer pobre, ciego, cojo)

a) 36, 4, 12 b) 4, 36, 12 c) 4, 12, 36
d) 36, 12, 4 e) 12, 36, 4

20. Sea $D = a^2 + b^2 + c^2$; donde a, b son enteros consecutivos y además $c = ab$ entonces $\sqrt{D}$ es:

a) Siempre un entero par.
b) A veces un entero impar, a veces no.
c) A veces racional, a veces no.
d) Siempre un entero impar
e) Siempre irracional.