



IEM
OLIMPIADA ESCOLAR DE MATEMATICA

2017

La olimpiada más competitiva de la Región Sur



EXAMEN

LUGARES DEL EXAMEN

SEDE PUNO: JR. ACORA (CUADRA 2) CON PSJE. SÁNCHEZ N° 153
SEDE JULI: I.E.P. CENTENARIO 891

¡IMPORTANTE!

LEER CUIDADOSAMENTE LAS SIGUIENTES INDICACIONES

- Escribir en la tarjeta óptica con letra imprenta legible sus apellidos, nombre(s) y código.
- La tarjeta óptica tiene capacidad para marcar 20 respuestas numeradas en tres columnas y en orden correlativo, del 01 al 10, 11 al 20. Una vez que haya encontrado la solución a determinada pregunta, busque en la tarjeta óptica el número de pregunta y marque con lápiz 2B en el espacio que corresponda a la alternativa elegida.
- Todas las marcas deben ser nítidas, para lo cual debe presionar suficientemente el lápiz y llenar el espacio correspondiente.

01. En una reunión de un grupo de amigos se escuchó lo siguiente:

- Rafael : Juan miente.
 Juan : Arturo miente.
 Arturo : Gabriel miente.
 Gabriel : Hernán miente.
 Lucia : Juan y Hernán mienten.

¿Cuántos de ellos dicen la verdad?

- A) 1
 B) 2
 C) 3
 D) 4
 E) 5

02. Luis, en el mes de febrero, le resta a todos los meses vividos, los años que tiene y obtiene 181 ¿en qué mes cumple años?

- A) junio
 B) septiembre
 C) octubre
 D) julio
 E) agosto

03. Si p, r, y s son proposiciones lógicas, al simplificar

$$\{\sim[(p \wedge \sim q) \vee q] \wedge \sim q\} \wedge \sim(\sim p \vee q) \rightarrow r$$

- A) V
 B) F
 C) p
 D) q
 E) r

04. Del siguiente cuadro, de ancho de clase común, se conoce que la distribución es simétrica. Determinar

$$\sum_{i=1}^{\varphi} x_i f_i$$

i	-i	i	ii
[4,			2
],		m	
],		2m	
],			90
],	22		

- A) 263
 B) 362
 C) 392
 D) 293
 E) 326

05. Para elegir un representante estudiantil de la facultad de ingeniería de una universidad, se presentó solo una lista. Luego de la votación, se obtuvo la siguiente información.

	MATEMÁTICA	FÍSICA	QUÍMICA
A favor	40	35	40
En Contraria	20	25	35
Blanco	20	30	15

Se elige un estudiante al azar y resulta que su voto fue a favor. ¿Cuál es la probabilidad de que ese alumno sea de Física?

- A) $\frac{7}{23}$
 B) $\frac{9}{22}$
 C) $\frac{5}{18}$
 D) $\frac{1}{23}$
 E) $\frac{2}{15}$

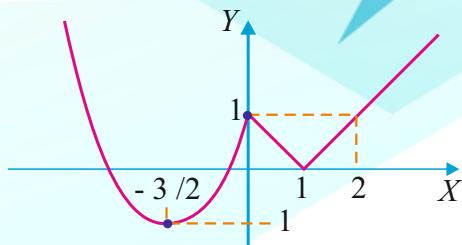
06. Minimizar la siguiente función

$$f(x; y) = x + 2y - 1, \text{ sujeto a}$$

$$\begin{cases} 3y - 2x \leq 60 \\ 3y - x \geq 15 \\ x \geq 3 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

- A) 38
 B) 34
 C) 14
 D) 12
 E) 3

07. Si f es una función cuya gráfica es



Además, $g(x) = f(2-|x+1|)$

Calcule el valor de $g_{(-1)} + g_0 + g_1$.

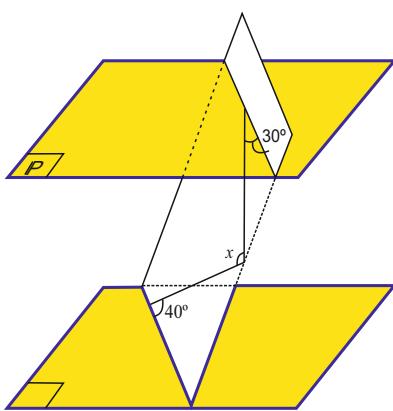
- A) 1
- B) 0
- C) -1
- D) 2
- E) -2

08. Indique el valor de z del siguiente sistema lineal.

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y + 5z = 4 \\ 4x + 9y + 25z = 8 \end{cases}$$

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4

09. Según el gráfico, $Pqpp/\!/$. Calcule x .



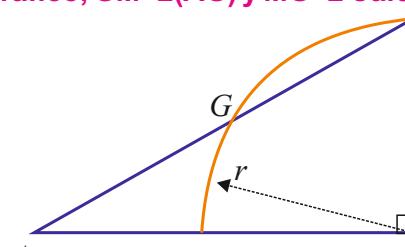
- A) 70°
- B) 110°
- C) 10°
- D) 80°
- E) 60°

10. Indique la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) respecto a las siguientes proposiciones:

- I. Una recta y un punto determinan un plano.
- II. Las rectas que no se intersecan son paralelas.
- III. La intersección de dos planos puede ser un punto.
- IV. Si una recta es paralela a un plano, entonces será paralela a todas las rectas contenidas en dicho plano.

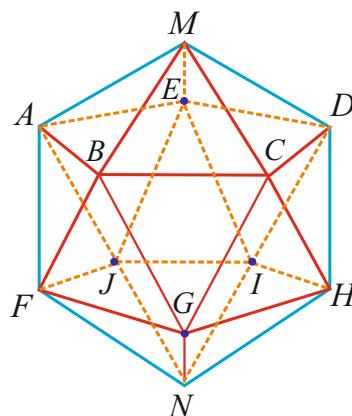
- A) FFFF
- B) VFVF
- C) VVFF
- D) FFVV
- E) FVVF

11. En el gráfico, $GM=2(AG)$ y $MG=2$ Calcule r



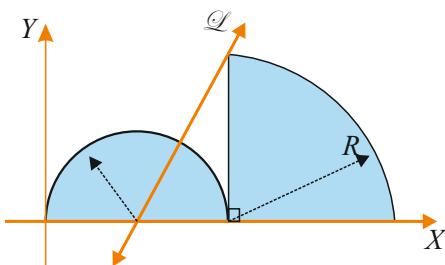
- A) $2\sqrt{6}$
- B) $2\sqrt{3}$
- C) $\sqrt{3}$
- D) $2\sqrt{2}$
- E) $\sqrt{5}$

12. En el icosaedro regular M-ABCDE-FGHIJ-N de arista l Calcule el menor recorrido para ir de M a N por la superficie del sólido.



- A) $3l$
- B) $l(\sqrt{3} + 1)$
- C) $2l$
- D) $\frac{1}{2}(4 + \sqrt{3})l$
- E) $l\sqrt{7}$

13. Del gráfico, las regiones sombreadas son equivalentes. Si $R=4$, halle la ecuación sur



- A) $\sqrt{2}x - y - 4 = 0$
- B) $x - y - 3 = 0$
- C) $\sqrt{2}x - y - 3 = 0$
- D) $x - y - 4 = 0$
- E) $\sqrt{3}x - y - 4 = 0$

14. Tres personas en tierra, equidistantes entre sí, observan la parte más alta de una torre con un mismo ángulo de elevación q. Si la relación entre la distancia de dos de ellas y la altura de la torre es 3, halle tan (q)

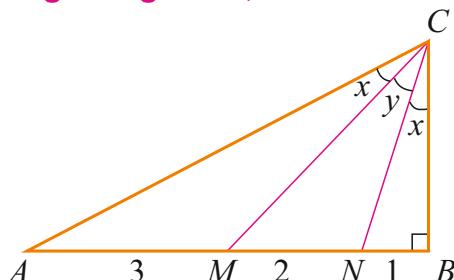
- A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- C) $\sqrt{3}$
- D) 1
- E) $2\sqrt{2}$

15. Halle $A+B$, de la siguiente identidad

$$\sin^4(\theta) + \sin^6(\theta) + \cos^4(\theta) + \cos^6(\theta) = A + B \cos(4\theta)$$

- A) 1/2
- B) 1/4
- C) 2
- D) 4
- E) 1/8

16. Según el gráfico, halle BC.



- A) 0,5
- B) 1
- C) 1,5
- D) 2
- E) 3

17. Halle el valor de la siguiente expresión

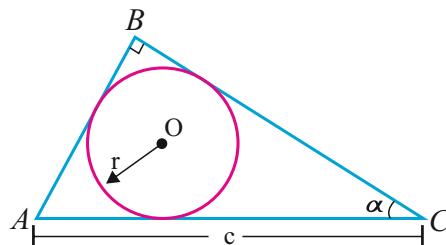
$$\frac{\sin(x-y)}{\cos(x)\cdot\cos(y)} + \frac{\sin(y-z)}{\cos(y)\cdot\cos(z)} + \frac{\sin(z-x)}{\cos(z)\cdot\cos(x)}$$

- A) -1
- B) 0
- C) 1
- D) $2\tan x$
- E) $2\tan y$

18. Si $\tan(60^\circ - x) = \frac{1}{3}$, calcule $\tan(3x)$

- A) $-\frac{13}{9}$
- B) $\frac{13}{9}$
- C) $\frac{9}{13}$
- D) $-\frac{9}{13}$
- E) $\frac{5}{13}$

19. En el gráfico, halle el equivalente de $\frac{4r^2}{c^2}$



- A) $2(1 - \sin(\alpha))(1 - \cos(\alpha))$
- B) $2(1 + \sin(\alpha))(1 + \cos(\alpha))$
- C) $\sin(\alpha) \left(\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right)$
- D) $\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)(1 + \sin(\alpha))$
- E) $\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)(1 + \cos(\alpha))$

20. Resuelva la siguiente ecuación si $\beta \in \langle 0; \pi \rangle$

$$\sin^4(\beta) + \cos^4(\beta) = \frac{1}{2}$$

- A) $\left\{\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right\}$
- B) $\left\{\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right\}$
- C) $\left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}$
- D) $\left\{\frac{\pi}{4}; \frac{2\pi}{3}\right\}$
- E) $\left\{\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}\right\}$